2a) $Z_1(\varepsilon) = (1-\lambda e^{-\beta\varepsilon})^{-1}$ (1)

$\langle n_\varepsilon \rangle = \lambda \frac{\partial \ln Z_1(\varepsilon)}{\partial \lambda} = \frac{1}{\lambda^{-1} e^{\beta\varepsilon} - 1}$ (2)

a) $Z_1(\varepsilon) = \frac{1}{1-\lambda e^{-\beta\varepsilon}}$

$= \sum_{n_\varepsilon=0}^{\infty} \lambda^{n_\varepsilon} e^{-n_\varepsilon \beta\varepsilon}$

$\Rightarrow P_{n_\varepsilon} = \lambda^{n_\varepsilon} e^{-n_\varepsilon\beta\varepsilon} (1-\lambda e^{-\beta\varepsilon})$ # (3)

b) $\sum_{n_\varepsilon=0}^{\infty} n_\varepsilon P_{n_\varepsilon} = (1-\lambda e^{-\beta\varepsilon}) \sum_{n_\varepsilon=0}^{\infty} n_\varepsilon \lambda^{n_\varepsilon} e^{-n_\varepsilon\beta\varepsilon}$

$= (1-\lambda e^{-\beta\varepsilon}) \frac{\lambda e^{-\beta\varepsilon}}{(1-\lambda e^{-\beta\varepsilon})^2}$

$= \frac{1}{(\lambda^{-1} e^{\beta\varepsilon} - 1)}$ (4)

, same as (2)

c) ~~b~~: $P^b_{n_\varepsilon} = \gamma^{n_\varepsilon}(1-\gamma)$

~~c~~: $P^c_{n_\varepsilon} = \frac{\gamma^{n_\varepsilon} e^{-\gamma}}{n_\varepsilon!}$

$\gamma \ll 1$ $P^b_{n_\varepsilon} = P^c_{n_\varepsilon} = 0$ if $n_\varepsilon \geq 1$

$\gamma \ll 1$ if $T \gg 1$